

DOCUMENTO TÉCNICO MUNICIPAL

RIONEGRO, ANTIOQUIA



Superservicios
Superintendencia de Servicios
Públicos Domiciliarios



DOCUMENTO TÉCNICO MUNICIPAL

RIONEGRO, ANTIOQUIA

CAMACOL

*Nicolás Sebastián Buitrago Vargas
Andrés Camilo Cortes Gómez
Carolina Cardona Londoño
Paula Alexandra Peñuela Rincón
Luz Adriana Rodríguez Padilla*

SUPERSERVICIOS

*Karen Bustos Pineda
Jorge Moisés Martelo Payares
Eliana Alejandra Páez Lugo
María del Pilar Sánchez Buitrago
Mónica Tatiana Gómez Vargas
Diego Antonio Copete*



Superservicios
Superintendencia de Servicios
Públicos Domiciliarios



Tabla de contenidos

Glosario de siglas	3
Listado de tablas	3
Listado de gráficas.....	3
Listado de mapas	4
1. Introducción	5
2. Generación de vivienda nueva	5
2.1. Tendencia de ventas en la última década	6
2.2. Factor demográfico	6
2.3. Proyectos estratégicos.....	8
3. Prestación de los servicios de acueducto y alcantarillado	9
3.1. Sistemas de acueducto y alcantarillado	10
3.2. Oferta de los servicios públicos de acueducto y alcantarillado	10
3.3. Pérdidas de agua	13
4. Proyección demanda de agua y capacidades de la oferta	13
4.1. Postulados básicos.....	13
4.2. Proyección de entrega de viviendas	14
4.3. Crecimiento inercial de la demanda de agua	16
4.4. Planificación de obras.....	17
4.5. Ubicación proyectos estratégicos y áreas de prestación de servicio	18
4.6. Balance oferta y demanda.....	18
5. Conclusiones.....	21
6. Bibliografía	22
Anexo 1. Modelos de proyección de demanda.....	24
A1. Filtro de Kalman.....	24
A2. Spline	24
A3. Stine.....	25
A4. Correlación lineal.....	25
A5. Función logística	26

Glosario de siglas

- APS: Área de Prestación del Servicio
- Camacol: Cámara Colombiana de la Construcción
- CORNARE: Corporación Autónoma Regional de las Cuencas de los Ríos Negro y Nare
- CRA: Comisión de Regulación de Agua Potable y Saneamiento Básico
- DANE: Departamento Administrativo Nacional de Estadística
- DNP: Departamento Nacional de Planeación
- EPM: Empresas Públicas de Medellín E.S.P.
- IANC: Índice de agua no contabilizada
- IPUF: Índice de Pérdidas por Suscriptor Facturado
- IRCA: Índice de Riesgo de Calidad del Agua
- Minsalud: Ministerio de Salud y Protección Social
- Minvivienda: Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio
- ND: No Disponible
- NEP: Nivel Económico de Perdidas
- PEC: Plan de Emergencia y Contingencias
- POIR: Plan de Obras de Inversiones
- POT: Plan de Ordenamiento Territorial
- PSMV: Plan de Saneamiento y Manejo de Vertimientos
- PTAR: Planta de Tratamiento de Aguas Residuales
- RAS: Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico
- SIVICAP: Sistema de Información para Vigilancia de la Calidad del Agua Potable
- SSPD: Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios
- SUI: Sistema Único de Información
- UASB: del ingles, Up flow Anaerobic Sludge Blanket

Listado de tablas

- Tabla 1. Principales indicadores de los servicios de acueducto y alcantarillado
- Tabla 2. Resultados Indicador Único Sectorial (IUS) 2020 – 2021

Listado de gráficas

- Gráfica 1. Ventas netas de vivienda en Antioquia
- Gráfica 2. Ventas netas de vivienda según proyectos estratégicos en Rionegro
- Gráfica 3. Ventas netas de vivienda y formación de hogares
- Gráfica 4. Metas de vivienda en proyectos estratégicos
- Gráfica 5. Estimación de entrega de viviendas en Rionegro
- Gráfica 6. Caudal (L/s) según modelos de proyección de demanda base
- Gráfica 7. Oferta y demanda de caudal (L/s) – escenario 1

- Gráfica 8. Oferta y demanda de caudal (L/s) – escenario 2

Listado de mapas

- Mapa 1. Proyectos estratégicos
- Mapa 2. Área de prestación de servicios de EPM
- Mapa 3. Áreas de prestación y proyectos estratégicos

1. Introducción

El documento técnico del municipio de Rionegro, Antioquia, se constituye como el informe de resultados de los análisis llevados a cabo en el “*Estudio sectorial piloto sobre la prestación oportuna y eficiente de servicios públicos domiciliarios de acueducto y alcantarillado en proyectos estratégicos de vivienda*”, en el cual se estableció como objetivo la evaluación de los indicadores de gestión, parámetros operativos generales, prospectiva de la demanda, y la identificación de limitaciones en la prestación del servicio. La prestación del servicio está actualmente a cargo de Empresas Públicas de Medellín E.S.P. - EPM.

La estructura del documento incorpora el desarrollo y análisis de los siguientes componentes:

- Generación de vivienda nueva, y la relevancia de proyectos estratégicos (planes parciales o macroproyectos) en la solución de necesidades habitacionales.
- Caracterización de la prestación de los servicios de acueducto y alcantarillado en el municipio.
- Ejercicios de proyección de la demanda y oferta de los servicios públicos tomando en consideración los proyectos estratégicos de vivienda y las perspectivas en la prestación de los servicios.
- Evaluación de las capacidades de prestación y su correspondencia con la demanda de servicios de acueducto y alcantarillado, y las correspondientes reflexiones.

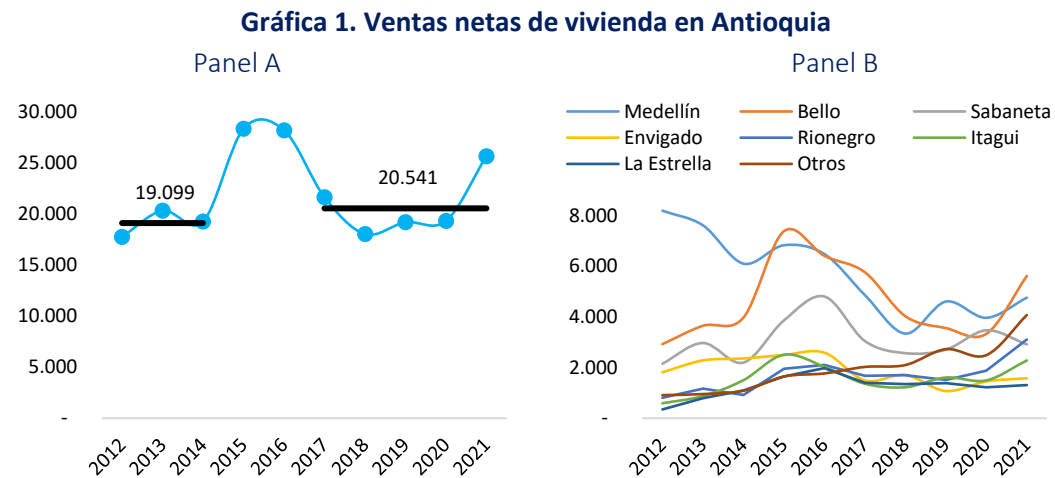
2. Generación de vivienda nueva

En esta sección se estudiará la dinámica de generación de vivienda en la última década en el municipio de Rionegro, Antioquia, así como el potencial de generación en los próximos años. Para ello se analizará el volumen de las ventas de vivienda nueva medido por Coordenada Urbana (Camacol, 2022), la formación esperada de hogares en los próximos años mediante proyecciones del Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE (DANE, 2022b), y las metas de vivienda de proyectos estratégicos identificados por el Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio - Minvivienda.

Este análisis se soporta en la definición de aglomeraciones urbanas de la Misión del Sistema de Ciudades del Departamento Nacional de Planeación - DNP (2014), reconociendo que la generación de vivienda al interior de un municipio no solo depende de sus condiciones propias, sino también de la interconexión funcional con municipios relativamente cercanos. De igual forma, se entiende que los proyectos estratégicos impactan de manera importante en el número de viviendas que se generarán en los próximos años por varios factores, a saber: por su tamaño, ejecución en el tiempo y relevancia en la planeación del crecimiento de las ciudades.

2.1. Tendencia de ventas en la última década

La generación de vivienda en Antioquia ha mantenido niveles de comercialización entorno a las 20mil unidades de vivienda anuales en la última década con picos de comercialización entre 2015 y 2016 (gráfica 1 – panel A). Rionegro, no obstante, es uno de los municipios que ha presentado una dinámica creciente. Entre 2012 y 2015 vendía un promedio de 1.215 unidades anuales y para el periodo 2016-20 el promedio aumentó a 1.775 unidades al año. Ya para 2021 las ventas se ubicaron por encima de las 3.100 unidades (gráfica 1 – panel B). Así pues, esta ciudad es la tercera de mayor volumen en ventas dentro de la aglomeración de Medellín definida por el Sistema de Ciudades¹.



Fuente: Coordinada Urbana – Cálculos Camacol y SSPD

Nota: Otros se refiere a La Ceja, Caldas, Copacabana, Marinilla, El Carmen de Viboral, Guarne, Girardota y Barbosa.

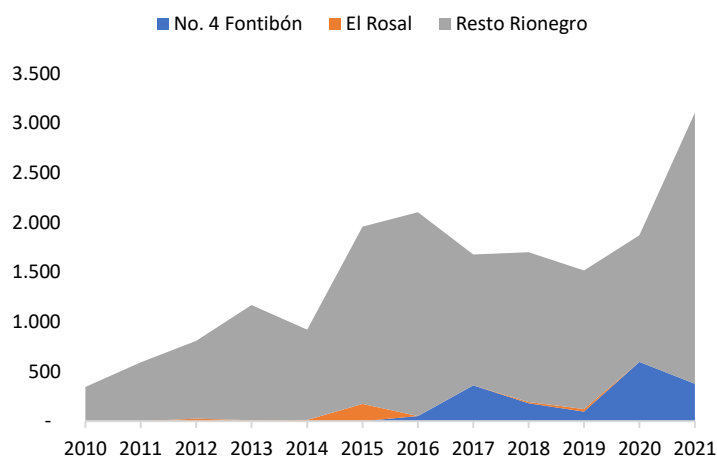
Desde el año 2015 los planes parciales El Rosal y No. 4 Fontibón empezaron a sumar unidades comercializadas al municipio, aunque estos dos grandes proyectos no han alcanzado a representar un porcentaje muy importante del mercado habitacional de Rionegro (gráfica 2). Para el año 2021 el Plan Parcial No. 4 Fontibón representó el 12% de las ventas en el municipio. La relevancia de estos proyectos estratégicos se mantendrá en los próximos años, pues la meta de generación de vivienda de estos es de cerca de 13.000 unidades (gráfica 4 de la sección 2.3.).

2.2. Factor demográfico

Uno de los principales determinantes en la demanda de mediano y largo plazo de vivienda nueva es el crecimiento demográfico (Megbolugbe *et al.*, 1991). Cada hogar requiere de un espacio en el cual pueda habitar y convivir con los suyos, de esta manera, la formación esperada de hogares es una señal fundamental para entender las necesidades y generación de vivienda.

¹ En el Sistema de Ciudades Rionegro configura el centro de una aglomeración propia, independiente de la aglomeración de Medellín. Sin embargo, en este trabajo se consideraron estas dos aglomeraciones como una sólo aglomeración, en donde Medellín es el centro.

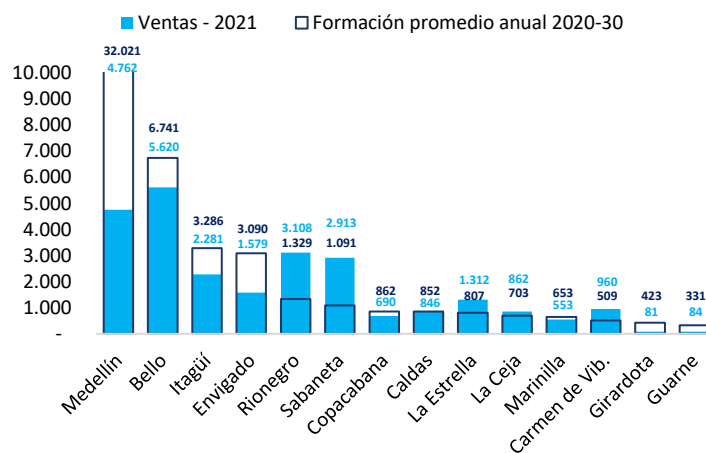
Gráfica 2. Ventas netas de vivienda según proyectos estratégicos en Rionegro



Fuente: Minvivienda y Coordinada Urbana – Cálculos Camacol y SSPD

La gráfica 3 contrasta las ventas de vivienda nueva en el último año con la formación anual promedio de hogares esperada entre 2020 y 2030. Se puede observar que para el municipio de Rionegro siendo el tercer municipio con mayor volumen de ventas, registra ventas de vivienda nueva a 2021 más de dos veces superior a lo que se estima será la formación de hogares en los próximos años.

Gráfica 3. Ventas netas de vivienda y formación de hogares



Fuente: DANE y Coordinada Urbana – Cálculos Camacol y SSPD

Aquí cabe notar la importancia de extender el análisis más allá del municipio en cuestión, pues, como se mencionó al inicio de esta sección, la dinámica de la vivienda de una ciudad no es independiente de la dinámica en ciudades cercanas o aglomeración en la que pertenece. La relación estrecha al interior de la aglomeración urbana facilita que desbalances entre formación de hogares y generación de vivienda nueva generen procesos migratorios al interior de los municipios que la componen.

Se observa entonces cómo en Medellín, se espera que se formen anualmente casi siete veces más de hogares en comparación con las viviendas nuevas que se generan en un año, 27mil hogares por encima del nivel reciente en ventas. Este desbalance sugiere que hogares que no encuentran vivienda en el centro de la aglomeración se desplacen a municipios cercanos como los que se observan en la gráfica 3.

2.3. Proyectos estratégicos

Los proyectos estratégicos de vivienda, planes parciales y macroproyectos, además de ser un mecanismo ideal de gestión y planeación del crecimiento de las ciudades, brindan información del potencial de generación de vivienda más allá de la dinámica general reciente de la comercialización y la proyección de formación de hogares.

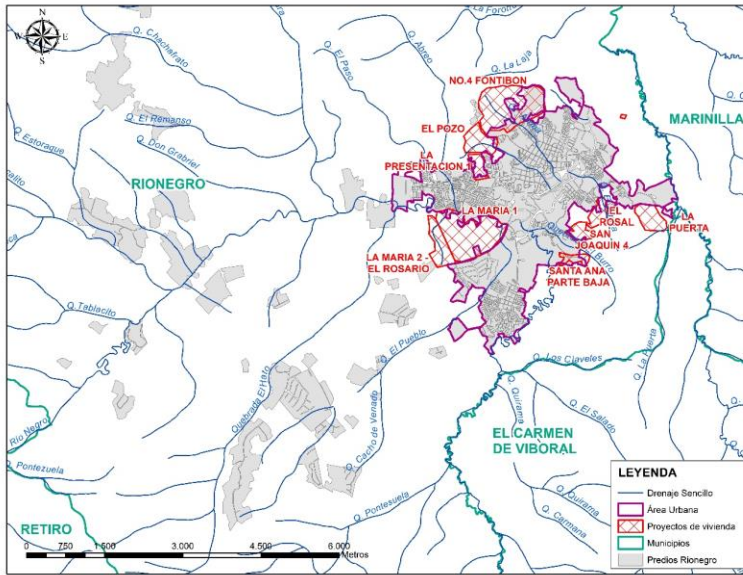
Los planes parciales son instrumentos que desarrollan o complementan disposiciones de los Planes de Ordenamiento Territorial - POT en áreas de suelo urbano o de expansión urbana; allí se establecen lineamientos de edificabilidad, equipamientos, servicios públicos entre otros, en proyectos de urbanización y construcción (Función pública, 2015). De forma similar, los macroproyectos son actuaciones urbanísticas en común acuerdo entre el gobierno nacional y las administraciones municipales y distritales que tienen como objetivo habilitar suelo para la construcción de vivienda (Función pública, 2011).

Por su gran tamaño la ejecución de estos suele sobrepasar los ocho años (Minvivienda, 2021) y a su vez se componen de varios proyectos de propiedad horizontal de un tamaño relativamente menor. A medida que estos proyectos, de menor tamaño, se comercializan y entregan, al interior del proyecto estratégico aparecen nuevos proyectos hasta que se completa la meta de generación de vivienda.

Como se mencionó en la sección 2.1., actualmente en Rionegro se identifican dos planes parciales que representaron en 2021 el 12% del total de las unidades comercializadas en el municipio. Igualmente, en el municipio hay ocho planes parciales adicionales (ver mapa 1 y gráfica 4) que se encuentran por el momento inactivos, es decir, no se ha detectado aún actividad comercial (lanzamientos de vivienda) en ellos. La ubicación de estos proyectos y su extensión se puede ver en el mapa 1.

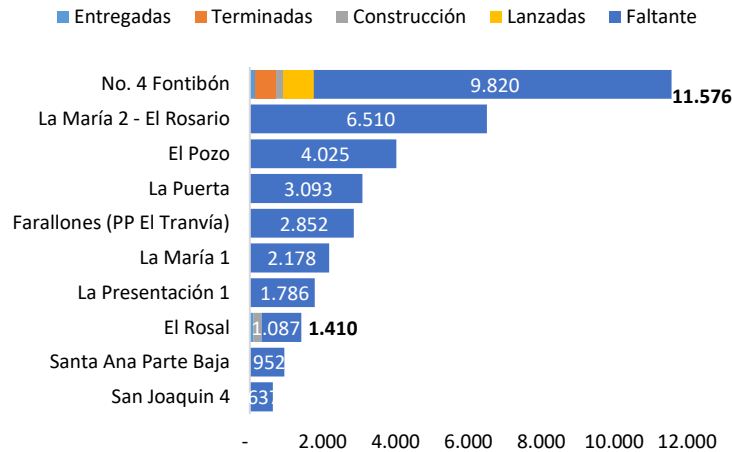
En la gráfica 4 se descomponen las unidades de vivienda que el proyecto tiene como meta según su estado. Se observa que a los dos planes parciales actualmente activos les falta desarrollar en promedio el 84% de sus unidades, es decir, aún queda pendiente que nuevos proyectos (de menor tamaño) lancen al mercado unidades de vivienda, que posteriormente, después de su comercialización y construcción, serán entregadas. De esta forma, y sumando los proyectos inactivos, se tiene un potencial de desarrollar un poco más 35.000 unidades en los próximos años.

Mapa 1. Proyectos estratégicos



Fuente: Minvivienda – Elaboración Camacol y SSPD

Gráfica 4. Metas de vivienda en proyectos estratégicos



Fuente: Minvivienda y Coordinada Urbana – Cálculos Camacol y SSPD

3. Prestación de los servicios de acueducto y alcantarillado

En esta sección se aborda una descripción de la prestación de los servicios públicos de acueducto y alcantarillado que operan en el municipio de Rionegro, y las condiciones técnicas que describen los sistemas de potabilización y tratamiento de aguas residuales. Así mismo, son descritas las coberturas en áreas de prestación de los servicios y las condiciones de la oferta de los servicios en términos de los principales indicadores regulatorios definidos por la legislación vigente aplicable.

3.1. Sistemas de acueducto y alcantarillado

La prestación de los servicios de acueducto y alcantarillado en el municipio de Rionegro tiene lugar mediante los sistemas no interconectados operados por EPM, quien a su vez presta servicios en el área metropolitana del Valle de Aburrá y el municipio de El Retiro, en el departamento de Antioquia. El sistema de acueducto cuenta un proceso de captación que tiene como fuentes de abastecimiento El Rio Negro, el embalse Abreo - Malpaso, y la quebrada La Pereira, de las cuales se abastece el sistema de máximo 563,72 L/s, 186,2 L/s, y 232,23 L/s, respectivamente.

Para el transporte del agua captada hasta las plantas de potabilización se cuenta con otra infraestructura compuesta por los siguientes elementos: presa, torre de captación, estructuras de aforo, portales y cámaras de válvulas, bombeos de agua cruda, tanques de almacenamiento y un centro de control donde se planea y controla la operación del sistema. La infraestructura empleada para el proceso de potabilización en la planta de potabilización denominada Planta Rionegro, incluye los siguientes procesos y operaciones: coagulación, adsorción, floculación, decantación, filtración, desinfección, alcalinización, y almacenamiento de agua.

Por su parte EMP cuenta con un sistema de alcantarillado que recoge las aguas residuales de 31.685 suscriptores, mediante un sistema de redes de longitud total aproximada a 100 Km, que opera en un 90% por gravedad. Posteriormente, las aguas residuales son dispuestas en la Planta de Tratamiento de Aguas Residuales - PTAR Tranvía, la cual cuenta con tratamiento de tipo biológico compuesto por tratamiento preliminar, reactores UASB (Up flow Anaerobic Sludge Blanket) y lechos de secado.

Esta planta cuenta con un caudal de diseño de 273 L/s, de acuerdo con los reportes al Sistema Único de Información - SUI, no obstante, en la actualidad se adelanta un proyecto de modernización y ampliación de capacidades que habilitaría un flujo operativo de 480 L/s, de acuerdo con las perspectivas de crecimiento del municipio, y según fuentes no oficiales. Sin embargo, no se precisa la fecha de inicio de operaciones bajo estas condiciones.

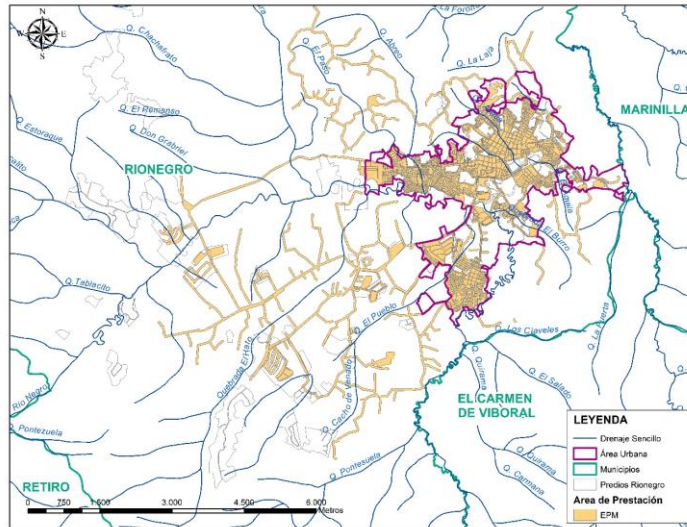
El mapa 2 presenta el área de prestación de los servicios de acueducto y alcantarillado a cargo de EPM en el municipio de Rionegro.

3.2. Oferta de los servicios públicos de acueducto y alcantarillado

Con base en la información reportada por el prestador en el SUI, el sistema de acueducto de la empresa EPM, capta sus aguas del río Negro, el embalse Abreo - Malpaso, y la quebrada La Pereira, con un caudal máximo autorizado de 982,15 L/s por parte de la autoridad ambiental competente

Corporación Autónoma Regional de las Cuencas de los Ríos Negro y Nare - CORNARE² mediante sistema de captación por bombeo. Por otro lado, EPM cuenta con Plan de Saneamiento y Manejo de Vertimientos - PSMV vigente, otorgado por CORNARE³, mediante el cual se autorizan los vertimientos domésticos y no domésticos al río Negro.

Mapa 2. Área de prestación de servicios de EPM



Fuente: Elaboración Camacol y SSPD

En consecuencia, se presentan restricciones normativas ambientales para los vertimientos de aguas residuales, entre tanto el prestador no actualice los respectivos permisos ambientales ante la autoridad competente.

Se construyen los principales indicadores con base en la información de reportes de Planes de Emergencia y Contingencias - PEC, SUI, Sistema de Información para Vigilancia de la Calidad del Agua Potable - SIVICAP, y visitas de vigilancia adelantadas por la SSPD.

La siguiente tabla presenta el resumen de los indicadores y su referente regulatorio o reglamentario.

Tabla 1. Principales indicadores de los servicios de acueducto y alcantarillado

Indicador	Valor vigencia 2020 del Área Prestación de Servicio - APS	Unidades	Valor referente regulación	Fuente de información
IRCA	0	%	0,0 a 5,0	SIVICAP
Nivel de Riesgo Calidad del Agua	Sin Riesgo	NA	Sin Riesgo	SIVICAP

² Resolución CORNARE 112-0653-20

³ Resolución CORNARE 112-2105-2017

Continuidad	24	Hr/día	21,1 – 24 (Continuo)	Bases Informe Sectorial 2020
Índice de Agua No Contabilizada - IANC	29,8	%	25	Bases Informe Sectorial 2020
Índice de Pérdidas por Suscriptor Facturado - IPUF	5,0	m³/susc-mes	6,0	Bases Informe Sectorial 2020
Cobertura acueducto	32,6	%	100	Bases Informe Sectorial 2020
Cobertura alcantarillado	37,6	%	100	Bases Informe Sectorial 2020
Capacidad instalada de tratamiento de aguas residuales	273	L/s	NA	SUI – Registro de Sistemas de Tratamiento de Aguas Residuales
Capacidad instalada de potabilización.	370	L/s	NA	SUI – Registro de Sistemas de Potabilización
Suscriptores acueducto	35.204	NA	NA	Bases Informe Sectorial 2020
Suscriptores alcantarillado	31.685	NA	NA	Bases Informe Sectorial 2020

Fuente: SUI – SSPD – PEC EPM 2021 - SIVICAP.

Teniendo en cuenta el desempeño de los diferentes indicadores y estándares de prestación de servicios se incorpora, mediante la Resolución CRA 906 de 2019, el Indicador Único Sectorial - IUS, el cual permite estimar el nivel de riesgo de la prestación de los servicios públicos de acueducto y alcantarillado por parte de los prestadores, integrando ocho dimensiones temáticas que ponderadas permiten calificar el indicador con un dato para cada vigencia. Una vez consultado el reporte del IUS, se identifica para la empresa EPM un nivel de riesgo “bajo” para 2020 y 2021. El detalle de estos resultados se presenta a continuación.

Tabla 2. Resultados Indicador Único Sectorial (IUS) 2020 – 2021

Dimensiones	2020		2021	
	Puntuación ponderada	Porcentaje de cumplimiento	Puntuación ponderada	Porcentaje de cumplimiento
1. Calidad del Servicio (CS)	12,43	99,44	12,44	99,52
2. Eficiencia en la Planificación y ejecución de inversiones (EP)	12,50	100,00	11,59	92,72
3. Eficiencia en la Operación (EO)	12,43	99,44	12,50	100,00
4. Eficiencia en la Gestión Empresarial (GE)	12,50	100,00	12,50	100,00
5. Sostenibilidad Financiera (SF)	12,50	100,00	12,50	100,00
6. Gobierno y Transparencia (GYT)	9,38	75,00	9,62	76,96
7. Sostenibilidad Ambiental (SA)	12,50	100,00	12,50	100,00
8. Gestión Tarifaria (GT)	8,76	70,08	12,50	100
IUS	93,00%		96,14%	
NIVEL DE RIESGO	Riesgo Bajo		Riesgo Bajo	

Fuente: SSPD (2021c) – Elaboración Camacol y SSPD

3.3. Pérdidas de agua

Los volúmenes de agua que se pierden, así como el ahorro en el uso del agua por parte de los usuarios permite aliviar la presión sobre la disponibilidad del recurso hídrico y la producción de agua potable, por lo cual es importante observar el comportamiento del IANC, en el análisis de la demanda de agua actual y futura.

Con base en las consultas realizadas al sistema SUI, se evidencia un volumen de producción anual de 7.015.890 (m³/año) para el año 2020. Comparando este valor con el volumen facturado reportado a SUI para la misma vigencia, se estimó un volumen de agua pérdida equivalente a 2.093.751 metros cúbicos al año, lo cual, en términos de este indicador, resultó un valor de IANC de 29,8%.

El valor de pérdidas del artículo 44 de la Resolución 330 Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico - RAS 2017, establece un valor máximo de pérdidas técnicas del 25% para el cálculo de las dotaciones y determinación de la demanda de un sistema de abastecimiento. Teniendo en consideración que el valor estimado para EPM resulta ser mayor que el máximo permitido por la reglamentación técnica, para efecto de la proyección de la demanda de agua futura, se tomó el valor de IANC del 29,8% como constante en el periodo de análisis 2013 – 2030 (ver sección 4.1.).

Por su parte, las pérdidas de agua potable en términos del indicador IPUF fueron estimadas en un orden de 5 m³/suscriptor-mes. Adicionalmente es importante indicar que la reducción de los niveles de pérdidas y límites mínimos proyectados, estarán sujetos al estudio del Nivel Económico de Pérdidas - NEP, propio de cada prestador, según lo establecido por la Resolución CRA 906 de 2019.

4. Proyección demanda de agua y capacidades de la oferta

En esta sección se realizarán los cálculos de proyección en demanda de agua con un horizonte de tiempo a 2038 y se compararán con las capacidades proyectadas de los prestadores del servicio en el municipio.

4.1. Postulados básicos

Las siguientes consideraciones se tomaron como postulados básicos para el desarrollo del presente estudio:

- a. La población de análisis se acotó al área de prestación de los servicios de acueducto y alcantarillado atendidos por EPM correspondientes al área urbana del municipio de Rionegro.
- b. El APS está constituida por suscriptores residenciales y no residenciales.

- c. Información de oferta hídrica establecida según concesiones de agua otorgada por CORNARE.
- d. El caudal concesionado determina las limitaciones de oferta de agua potable.
- e. Tendencias de crecimiento de suscriptores y comportamiento de consumos de agua potable según reportes realizados por el prestador al sistema SUI (2022).
- f. La unidad temporal de análisis es anual.
- g. El periodo de análisis comprende los años 2013 - 2020, y se hicieron proyecciones al 2038.
- h. El corto plazo se establece como un periodo menor a 5 años y el mediano plazo, como un periodo comprendido entre 5 y 10 años.
- i. Un suscriptor residencial es equivalente a una vivienda.
- j. En cada vivienda nueva habita solamente un hogar.
- k. Se tiene en cuenta las proyecciones de hogares y personas de la cabecera del municipio (DANE, 2022a, 2022b) para calcular el tamaño promedio de los hogares, personas por hogar, para cada año hasta 2035. Después de ese año se asume que el tamaño del hogar permanece igual al de 2035.
- l. Las viviendas que se estima se generarán en el municipio estarán ocupadas desde el momento que se entregan.
- m. La población municipal tiende a ser mayor a la población atendida por prestadores de servicios públicos de acueducto y alcantarillado; por ende, no se asume cobertura de 100% en la prestación de estos servicios.

Tomando en consideración el RAS en su título sobre sistemas de acueducto, se puede estimar el caudal demandado en función de la población (Minvivienda, 2010):

$$Demanda(L/s) = Población \left(\frac{DotaciónRAS}{86400} \right) (1 + \%Perdidasagua) \quad [1]$$

La *Dotación RAS* depende de la altura respecto al nivel del mar del municipio, a menor altura mayor *Dotación*. Los valores de *Dotación* para distintas alturas están definidos por la resolución 0330 de 2017 (Minsalud, 2017). Teniendo en cuenta los postulados *i.*, *j.* y *k.*, se puede deducir fácilmente la demanda de agua expresada en caudal (L/s) en función ya sea suscriptores o viviendas.

4.2. Proyección de entrega de viviendas

Para la proyección de vivienda, la estimación de la entrada (entregas) de vivienda nueva al municipio se ha dividido en dos partes: por un lado, se tienen en cuenta los proyectos que, en el momento del análisis, se encuentran en preventa, construcción o terminado (sin entregar), ya sea al interior de proyectos estratégicos (gráfica 4 de la sección 2.3.) o fuera de ellos (resto). Por el otro, se realizaron estimaciones sobre la generación de vivienda nueva, es decir, lanzamientos supuestos de proyectos que se realizaran en los próximos años, nuevamente, dentro o fuera de los proyectos estratégicos.

La estimación de entregas en los proyectos de vivienda ya lanzados en el municipio tiene en cuenta que estos se encuentran en diferentes fases constructivas: sin iniciar construcción (preventa),

cimentación, estructura, obra negra, acabados o terminado. Considerando la fase constructiva y el tiempo que tarda⁴ cada fase hasta la entrega se estima el año de entrega de las viviendas. Los tiempos que se usan son los calculados para viviendas de interés social⁵, pues este tipo de vivienda tiene una mayor participación en los proyectos estratégicos. En los últimos meses se evidencia que este tipo de vivienda tiene una duración promedio de 31 meses desde su lanzamiento hasta la entrega y de unos 16 meses en todo su estado constructivo.

La estimación de entregas de viviendas en los próximos años no solo dependerá de los proyectos que hoy ya están en el mercado, sino también de los que lo estarán en los próximos años. Se plantea entonces supuestos de generación de nuevos proyectos o lanzamientos de vivienda para los próximos años y a estos se les aplica el tiempo entre el lanzamiento y la entrega. Dicha estimación se realizó en dos casos: para las unidades faltantes dentro de los proyectos estratégicos y para las unidades que se generarán en el resto del municipio.

Para el primer caso se realizó un análisis de la velocidad anual a la que se ha desarrollado el proyecto estratégico desde que inició su actividad. Esta velocidad se contrastó con una velocidad supuesta estándar de 7%⁶ anual. Luego de comparar ambas velocidades se tomó la que mostrara el mayor número de unidades por año entre las dos⁷, permitiendo hacer un análisis que no subestime el flujo de entrada de proyectos nuevos y así mismo de entregas de vivienda en los próximos años.

Para el segundo caso, unidades generadas en el resto del municipio, se observó la tendencia de los últimos años en cuanto a ventas de vivienda anuales (gráfica 2). Se supone que la generación anual de vivienda, fuera de los proyectos, en los próximos años será igual al promedio en ventas observado entre 2015 y 2021, lo que es razonable al tener en cuenta el desbalance entre formación de hogares y generación de vivienda en Medellín, que incide en la generación de vivienda dentro de los municipios de la aglomeración, como es el caso de Rionegro (ver sección 2.2.).

Con estas estimaciones se generó un flujo estimado de entregas de vivienda entre 2022 y 2038. Como se puede observar en la gráfica 5 hay un pico de entregas en los años el año 2025 con 9.077 unidades entregadas. Esta distribución tiene sentido si se observa la situación constructiva de los proyectos activos, así como los supuestos que se establecieron sobre los proyectos inactivos, y en el resto del municipio. Una vez estimada la entrega de viviendas, el siguiente paso es traducir esto en demanda de agua. Para ello se hizo uso de la ecuación [1] descrita en la sección 4.1. y los postulados de dicha sección (eje derecho de la gráfica 5).

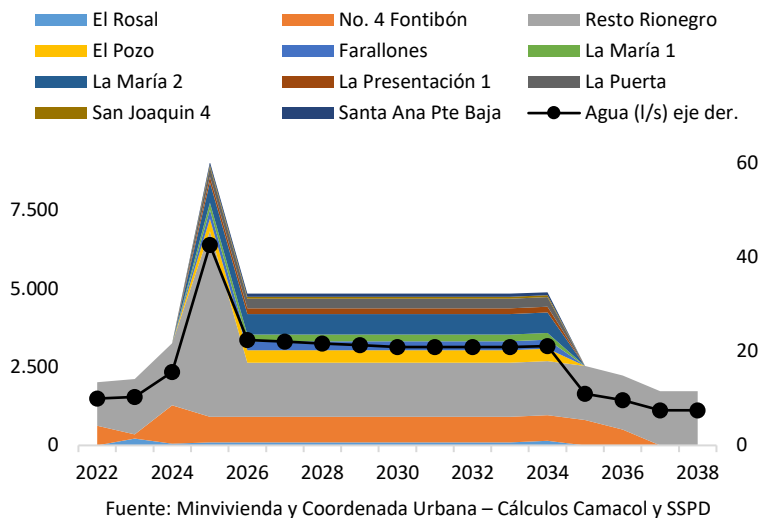
4 Ejemplos de estos tiempos (calculados con información previa a la usada en este estudio) se pueden ver en Camacol (2019).

5 La vivienda social o VIS son viviendas que tienen un valor igual o inferior a los 135 salarios mínimos legales vigentes y de 150 salarios en aglomeraciones urbanas definidas por el decreto 1467 de 2019.

6 Este supuesto es razonable si se tiene en cuenta que proyectos estratégicos como macroproyectos suelen tener una duración superior a los 8 años (Minvivienda, 2021).

7 En el caso de los proyectos inactivos (ver sección 2.3.), se asumen que desde 2022 registrarán actividad y tendrán una velocidad de desarrollo de 7% anual.

Gráfica 5. Estimación de entrega de viviendas en Rionegro



Nota: Las estimaciones contemplan sólo los proyectos estratégicos propuestos a la fecha, lo cual no excluye que en el periodo puedan plantearse otros adicionales

4.3. Crecimiento inercial de la demanda de agua

Debido al crecimiento demográfico se espera que año tras año crezca la demanda por agua de manera inercial. Para proyectar la demanda de los próximos años se plantean dos escenarios:

a. **Escenario 1 (población DANE):**

Se toman las proyecciones de población del municipio en su área urbana (DANE, 2022b) y se aplica la ecuación [1] de la sección 4.1. Con lo cual se tiene en cuenta las necesidades reales de la ciudad.

b. **Escenario 2 (suscriptores SUI):**

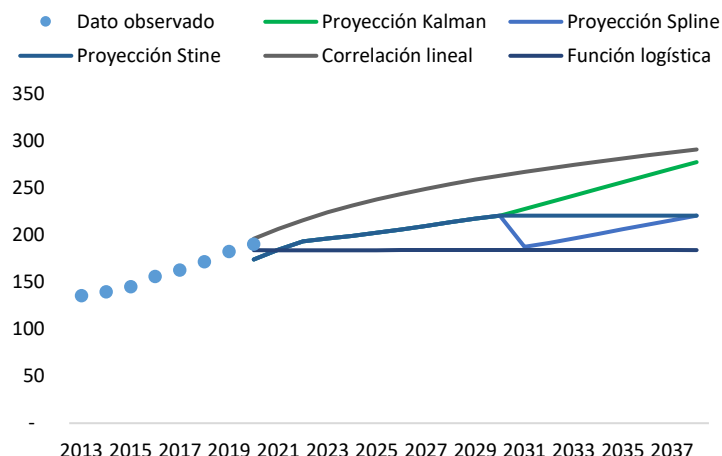
Usando los suscriptores contabilizados por el SUI entre 2013 y 2020 se proyecta su tendencia mediante distintos modelos estadísticos. Posteriormente, se traduce los suscriptores a agua usando la ecuación [1] y los postulados de la sección 4.1.

Cabe resaltar estos escenarios de proyección no necesariamente recogen la dinámica que se observará en la vivienda. Como se evidenció en la sección 2.2., es posible que al interior de un municipio las ventas de vivienda se desalineen de la formación de hogares por factores de desbalances entre oferta y demanda de vivienda en otros municipios. Igualmente, las metas de generación de vivienda en proyectos estratégicos no necesariamente son capturadas por las proyecciones de población o la tendencia observada en el crecimiento de los suscriptores.

De esta manera, estas proyecciones darán un punto de partida (base) desde el cual se adicionará demanda de agua debido a la entrada de nuevas unidades de vivienda que proyecta entrarán desde

2022 (ver gráfica 5 de la sección 4.2.). La relación entre el punto de partida, la proyección de la demanda inercial, la demanda a causa de la dinámica de proyectos de vivienda, y las capacidades de la oferta se presentan en la sección 4.6.

Gráfica 6. Caudal (L/s) según modelos de proyección de demanda base



Fuente: SUI (2022) y DANE -Cálculos Camacol y SSPD

Para el escenario 2 se pusieron en práctica varios modelos estadísticos: filtro de Kalman, Spline, Stine, regresión lineal simple⁸ y función logística, las cuales se detallan en el Anexo 1. Los resultados obtenidos por los modelos (ver gráfica 6) permiten evidenciar que los modelos Stine, función logística, Spline y Kalman presentan resultados que se desalinean de la tendencia observada previamente. En caso de Spline y Kalman se presentan sobre 2031 quiebres importantes en la tendencia, el caso del primero hacia abajo, y hacia arriba en el caso del segundo.

Por su parte, las proyecciones con el método de regresión lineal presentan un comportamiento que se alinea más con la tendencia observada, además de ajustarse con mayor precisión a los datos observados entre 2013 y 2019. De esto se concluye que para Rionegro la proyección con base en el método de regresión lineal es el más apropiado para ser usado en el escenario 2.

4.4. Planificación de obras

De acuerdo con el Plan de Obras de Inversiones - POIR registrado en el SUI por parte del prestador, se proyecta una ampliación en la capacidad del sistema en la producción de agua potable. Este plan de inversión incrementaría la capacidad en 320 L/s en 2030 (ver gráficas 7 y 8 de la subsección 4.6.).

⁸ Suscriptores en función de la población proyectada por el DANE (2022, b). Es similar al escenario 1, sin embargo, en este último caso no se asume que toda la población accede al servicio.

4.5. Ubicación proyectos estratégicos y áreas de prestación de servicio

Desde un contexto geográfico se analiza a continuación la correspondencia entre las áreas de prestación de los servicios públicos de acueducto y alcantarillado definidos por el perímetro de servicios establecido en el POT, y las áreas de los proyectos estratégicos de vivienda contemplados (ver mapa 3). El ejercicio de superposición de capas permite evidenciar que los proyectos de vivienda se ubican en áreas excluidas del perímetro de prestación de servicios, lo que supone la gestión para un proceso de actualización del mencionado perímetro en el POT municipal.

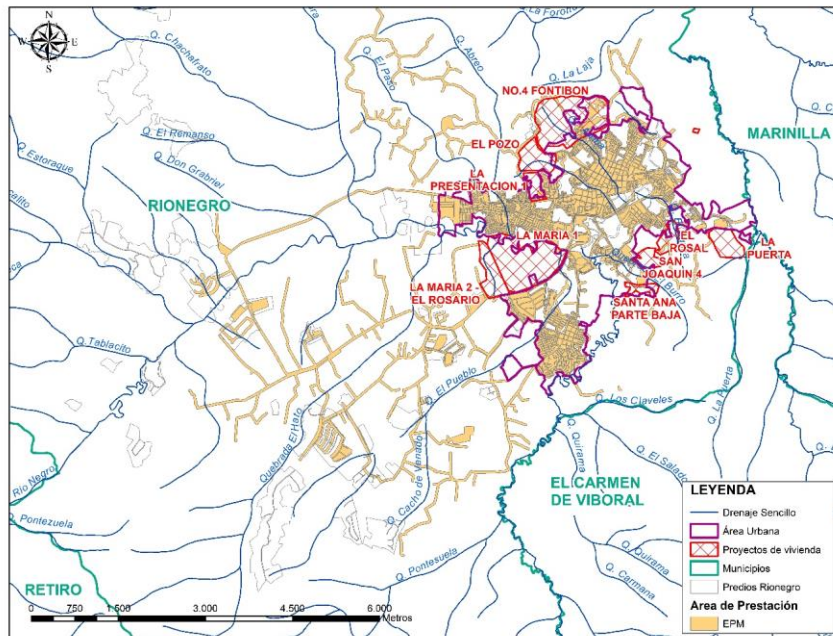
4.6. Balance oferta y demanda

En este apartado se analiza en conjunto los resultados derivados de: la proyección de entrada de nuevas viviendas (sección 4.2.), demanda inercial en los próximos años (sección 4.3.), caudal concesionado (sección 3.2.) y capacidades técnicas de los sistemas de acueducto (secciones 3.2 y 4.4.). Con esto se puede advertir de manera oportuna si, dadas las condiciones de los sistemas, existe la capacidad de satisfacer la demanda de agua que se va a generar en los próximos años debido al desarrollo de proyectos estratégicos de vivienda, así como del desarrollo inmobiliario fuera de estos.

Como se explicó en la sección 4.3.1. se plantean dos escenarios de proyección. En el primero todas las personas proyectadas por el DANE acceden al servicio, y en el segundo se proyecta la demanda de agua teniendo en cuenta la tendencia observada en el crecimiento de los suscriptores en el municipio. Las condiciones de oferta (caudal concesionado y capacidad del sistema) no cambian bajo uno u otro escenario.

Así pues, se define un caudal concesionado equivalente al caudal de la vigencia 2020 de 982 L/s. Con relación a la capacidad instalada, se observa (ver gráficas 7 y 8) un incremento sobre el año 2030, según inversiones esperadas en el POIR destinadas a la instalación de infraestructura para ampliar la cobertura del servicio por parte del prestador (ser subsección 4.4.). De esta manera, se tiene una capacidad para el final del periodo de 690 L/s. Por último, se aprecia que el caudal concesionado mantiene siempre magnitudes superiores a esta capacidad.

Mapa 3. Áreas de prestación y proyectos estratégicos

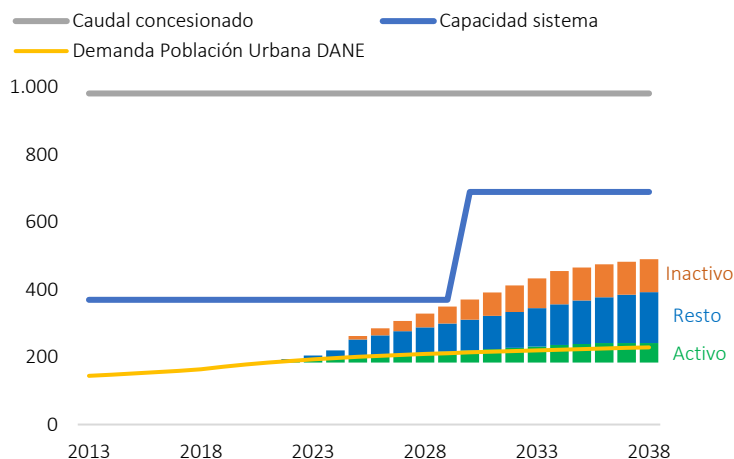


Fuente: Minvivienda – Elaboración Camacol y SSPD

En la gráfica 7 se presentan los resultados del escenario 1. Se observa que el agua que se demandará por el desarrollo de los proyectos estratégicos, incluyendo los inactivos (ver sección 2.3.), y por la generación de vivienda en el resto del municipio desde 2022, se ubica por encima de lo proyectado con base en la población esperada por el DANE en todos los años. Para el año 2029 la demanda por agua se ubicaría muy cerca de la capacidad del sistema, pero al hacerse efectiva la ampliación en la capacidad en 2030, debido a las inversiones planeadas, la capacidad de nuevo se ubicaría de manera amplia por encima de la demanda.

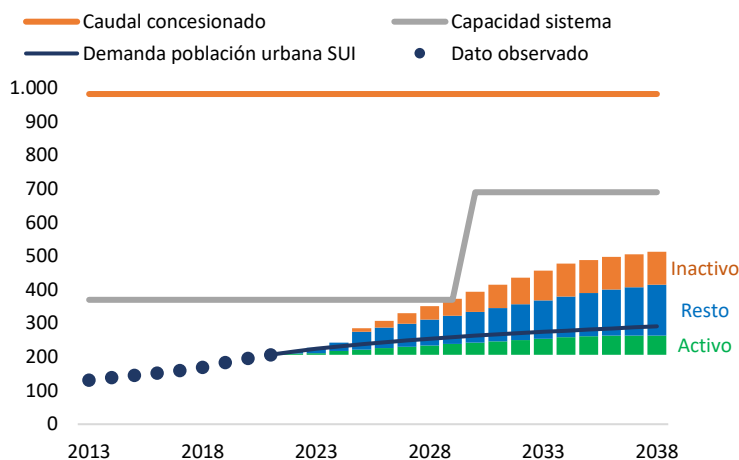
En el caso del escenario 2 la lectura es similar (gráfica 8). El caudal adicional demandado por la entrada de nuevas viviendas supera el caudal esperado por la proyección de suscriptores, con base en la tendencia observada, en todos los años. Sin embargo, en este caso la diferencia entre la capacidad del sistema y la demanda proyectada a 2029 es sustancialmente menor a la calculada en el escenario 1. Nuevamente, en la medida que se realicen las inversiones para incrementar la capacidad sobre el año 2030, la oferta no tendría dificultades para satisfacer la demanda de agua debido a la entrada de nuevas viviendas.

Gráfica 7. Oferta y demanda de caudal (L/s) – escenario 1



Fuente: DANE, Coordinada Urbana y Minvivienda – Cálculos Camacol y SSPD

Gráfica 8. Oferta y demanda de caudal (L/s) – escenario 2



Fuente: SUI (2022), Coordinada Urbana y Minvivienda – Cálculos Camacol y SSPD

Con base en los dos escenarios, se concluye que, en la medida que se realicen a tiempo las inversiones previstas para la ampliación de la capacidad de generar agua potable, no se esperan limitaciones en la prestación del servicio que genere preocupaciones frente a la disponibilidad del servicio en el corto y mediano plazo.

Si bien los análisis presentados hacen especial énfasis en las capacidades en la prestación del servicio de acueducto, para efectos del análisis de la oferta-demanda del servicio de alcantarillado se presume el agua consumida se equipará con el agua residual de los hogares, y de esta manera el caudal de demanda de agua potable se corresponde con el caudal de demanda del servicios de alcantarillado y tratamiento.

Bajo esta perspectiva, y considerando la capacidad de tratamiento actual reportada por el prestador (273 L/s), el servicio de alcantarillado podría estar asegurado en relación con la demanda actual en ambos escenarios. Sin embargo, incorporando la demanda asociada a los proyectos de vivienda, se encuentra una importante demanda remanente de alcantarillado y tratamiento de agua residual, que para el final del periodo de observación se aproxima a 240 L/s. No obstante, debe mencionarse que, de acuerdo con las fuentes no oficiales de información, se presupuesta la ejecución de obras para la habilitación de mayores capacidades de tratamiento en el municipio que ascenderían a 480 L/s, lo que permitiría contar con una oferta que puede satisfacer las necesidades descritas.

5. Conclusiones

La generación de vivienda en el municipio se ha multiplicado por cinco en la última década. En el último año las ventas de vivienda nueva superaron las 3.100 unidades. Estas ventas se encuentran por encima de la formación esperada de hogares en los próximos años, explicado por desbalances en la oferta y demanda de vivienda en la aglomeración de Medellín, que derivan en procesos migratorios hacia el municipio de Rionegro.

El municipio presenta diez proyectos estratégicos planteados, de los cuales solamente dos se encuentran activos. Estos representaron en el último año el 14% de las ventas en el municipio. En los proyectos activos aún falta por desarrollar el 84% de las unidades que tienen como meta, lo que representa cerca de 11 mil unidades por desarrollar. De igual manera, los proyectos inactivos tienen un potencial de generación de 22 mil unidades.

El área urbana del municipio de Rionegro cuenta con prestación de servicios de acueducto y alcantarillado por parte de EMP, prestador que atiende a 35.204 suscriptores para el servicio de acueducto y de 31.685 suscriptores para alcantarillado (vigencia 2022). Cuenta con la infraestructura del servicio de acueducto de captación, aducción, desarenadores, potabilización, almacenamiento, conducción y distribución.

Los sistemas de potabilización tienen capacidad de 370 L/s de distribución de agua potable a razón de 24 horas al día para cada uno de los suscriptores. Las pérdidas de agua identificadas según el reporte realizado en SUI ascienden a 29,8%. El prestador cuenta con un caudal concesionado por parte de la autoridad ambiental de 982,15 L/s.

De acuerdo con el indicador sintético IUS, el riesgo para la prestación de los servicios de acueducto y alcantarillado se clasifica como “Bajo” de acuerdo con el análisis de la vigencia más reciente. En esta calificación se destacan fortalezas en la mayoría de las dimensiones evaluadas, y se identifica como aspecto susceptible de mejora el *gobierno y transparencia*.

En la medida que se realicen a tiempo las inversiones previstas para la ampliación de la capacidad de generar agua potable (antes de 2030), no se esperan limitaciones en la prestación del servicio que genere preocupaciones frente a la disponibilidad del servicio en el corto y mediano plazo.

6. Bibliografía

- Bacaër N. (2008). *Verhulst y la ecuación logística en la dinámica de la población*.
https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01562340v2/file/Verhulst_es.pdf
- Camacol. (2019). *Prospectiva Edificadora 2019. Una visión de corto y mediano plazo*.
https://camacol.co/sites/default/files/descargables/PROSPECTIVA%20EDIFICADORA%202019_1.pdf
- Camacol. (2022). *Coordenada Urbana*. <https://camacol.co/productividad-sectorial/modernizacion-empresarial/coordenada-urbana>
- Carollo M. (2012). *Regresión Lineal Simple*. <https://anestesiario.org/2020/la-distancia-mas-corta-el-metodo-de-los-minimos-cuadrados/>
- DANE. (2020) *Documento Metodológico de elaboración de las proyecciones de población de Bogotá, D.C., a nivel de localidad hasta el año 2035 y de Unidad de Planeamiento Zonal – UPZ hasta el año 2024*. <https://www.dane.gov.co/files/censo2018/proyecciones-de-poblacion/Bogota/proyecciones-bogota-metodologia-desagregacion-loc-2018-2035-UPZ-2018-2024.pdf>
- DANE. (2022a). *Proyecciones de población*. <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/demografia-y-poblacion/proyecciones-de-poblacion>
- DANE. (2022b). *Proyecciones de viviendas y hogares*.
<https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/demografia-y-poblacion/proyecciones-de-viviendas-y-hogares>
- DNP. (2014). *Misión Sistema de Ciudades. Una política nacional para el sistema de ciudades colombiano con visión a largo plazo*. Bogotá: DNP.
- González C. (2009). *Splines: Curvas y Superficies*. <http://www.inf-cr.uclm.es/www/cglez/downloads/docencia/AC/splines.pdf>
- Función pública. (2011). *Ley 1469 de 2011*.
<https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=43213#0>
- Función pública. (2015). *Decreto 1077 de 2015 Sector Vivienda, Ciudad y Territorio*.
<https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=77216>
- Megbolugbe, I., et al. (1991). *The Economic Theory of Housing Demand: A Critical Review*. *The Journal of Real Estate Research*, 6(3), 381-393.
- Minvivienda. (2021). *Memoria justificativa - Por el cual se modifica parcialmente el Decreto 1077 de 2015*. https://www.minvivienda.gov.co/system/files/consultasp/memoria-justificativa_misn.pdf

Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio. (2010). *Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico - RAS*. Bogotá DC.

Minsalud. (2017). *Resolución 330 de 2017*. 1–9.

SSPD. (2021). *Estudio sectorial de los servicios públicos domiciliarios de Acueducto y Alcantarillado 2020*. https://www.superservicios.gov.co/sites/default/files/inline-files/informe_sectorial_aa_30-12-21_vf.pdf

SUI (2022). *Formatos Facturación Acueducto y Alcantarillado*. Consulta Bases de Datos SUI.

Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios. (2018). *Evaluación Integral de Prestadores. Empresas Municipales de Cali E.I.C.E. E.S.P. - EMCALI E.I.C.E. E.S.P. Superservicios Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios, 2(003), 1–224*

Anexo 1. Modelos de proyección de demanda

A1. Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un algoritmo para restablecer un dato en la proyección lineal de un sistema de variables sobre el conjunto de información disponible, según se va estableciendo nueva información. Este filtro permite calcular de modo sencillo la verosimilitud de un modelo dinámico lineal, uniecuacional o multiecuacional, lo que permite estimar los parámetros y obtener predicciones de los modelos.

Los filtros de Kalman operan en modelos de espacio de estado, de acuerdo con Durbin y Koopman (2012), de la siguiente forma:

$$y_t = z\alpha_t + \varepsilon_t \varepsilon_t N(0, H) \quad [2]$$

$$\alpha_{t+1} = T\alpha_t + n_t n_t N(0, Q) \quad [3]$$

$$\alpha_1 N(\alpha_1, P_1) \quad [4]$$

donde y_t es la serie observada (posiblemente con valores faltantes) pero α_t no se observa por completo. La primera ecuación (la ecuación de "medición") dice que los datos observados están relacionados con los estados no observados de una manera particular. La segunda ecuación (la ecuación de "transición") dice que los estados no observados evolucionan con el tiempo de una manera particular.

El filtro de Kalman funciona para encontrar estimaciones óptimas de α_t (se supone que α_t es Normal: $\alpha_t \sim N(a_t, p_t$, por lo que realmente hace el filtro de Kalman es calcular la media condicional y la varianza de la distribución para α_t condicional en las observaciones hasta tiempo t).

Una vez que el filtro de Kalman se ha aplicado a todo el rango de tiempo, tiene estimaciones óptimas de los estados en p_t para $t = 1, 2, \dots, t$. Imputar datos es entonces simple a través de la ecuación de medición. En particular, solo se calcula:

$$\hat{y}_t = z\alpha_t \quad [5]$$

A2. Spline

Es un modelo de regresión no paramétrica cuyo objetivo es encontrar un modelo computacional que permite predecir el valor de la variable en función de las covariables. Este modelo utiliza un método de interpolación que estima valores usando una función matemática que minimiza la curvatura general de la superficie, lo que resulta una superficie suave que pasa exactamente por los puntos de entrada. Estos puntos se ajustarán después con funciones polinómicas continuas de la siguiente forma:

- a) La curva realiza interpolación del conjunto de puntos de entrada cuando las secciones polinómicas se ajustan de modo que la curva pasa a través de cada punto de entrada de acuerdo con Gonzáles Morcillo (2009).
- b) La curva realiza una aproximación al conjunto de puntos de entrada cuando los polinomios se ajustan a la trayectoria general del punto de entrada sin pasar necesariamente a través de ningún punto de entrada de acuerdo con Gonzáles Morcillo (2009).

La función polinómica de n-ésimo grado se define como:

$$y = a_0 + a_1x + a_1x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n \quad [6]$$

Donde a_t son constantes diferentes de cero y n es un entero no negativo.

Se debe tener presente que los Splines son:

- Una curva definida a trozos mediante polinomios.
- Se utilizan para aproximar curvas con formas complicadas.
- Tienen una representación sencilla y son fáciles de implementar.
- Tienen buenas propiedades matemáticas

A3. Stine

Es un modelo de regresión no paramétrica que se basa en la interpolación racional con funciones racionales especialmente elegidas para satisfacer las siguientes condiciones:

- Si los valores de las ordenadas de los puntos especificados cambian de forma monótona y las pendientes de los segmentos de línea que unen los puntos cambian de forma monótona, entonces la curva de interpolación y su pendiente cambiarán de forma monótona.
- Si las pendientes de los segmentos de línea que unen los puntos especificados cambian de forma monótona, las pendientes de la curva de interpolación cambiarán de forma monótona.
- Si ocurre un pequeño cambio en la ordenada o la pendiente en uno de los puntos de las condiciones anteriores, estos dejaran de cumplirse. Entonces, hacer este pequeño cambio en la ordenada o la pendiente en un punto no causará más que un pequeño cambio en la curva de interpolación.

A4. Correlación lineal

Es un modelo matemático paramétrico usado para aproximar la relación de una variable predicha a partir de otra predictora. Mediante las técnicas de regresión se busca una función que sea una buena aproximación de una nube de puntos (X_i, Y_i) . El modelo de regresión lineal simple tiene la siguiente expresión:

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon \quad [7]$$

Donde, α es la ordenada en el origen (el valor que toma y cuando x vale 0), β es la pendiente de la recta (e indica cómo cambia y al incrementar x en una unidad) y ε es una variable que incluye un

conjunto grande de factores, cada uno de los cuales influye en la respuesta sólo en pequeña magnitud, a la que llamaremos error. x e y son variables aleatorias, por lo que no se puede establecer una relación lineal exacta entre ellas.

Para hacer una estimación del modelo de regresión lineal simple se utiliza el método de mínimos cuadrados que trata de buscar una recta minimizando la suma de cuadrados de las diferencias entre los valores reales observados (y_i) y los valores estimados (\hat{y}_i), mencionado por Carollo M. (2012).

Aplicado al caso de estudio, el concepto de correlación lineal se emplea para estimar los parámetros de la función lineal que modela una dependencia lineal entre dos variables: la demanda de acuerdo con la proyección de población según las estimaciones del DANE (2020) y la demanda de acuerdo con la proyección de suscriptores reportados en el SUI (2022). Para calibrar el modelo se emplean datos conocidos para ambas variables en un periodo comprendido entre 2013 y 2020.

La utilidad de este modelo radica en que se encuentra implícita una lógica de proporcionalidad entre el modelo empleado por el DANE (2020) para proyectar población y la dinámica de crecimiento de suscriptores. Esta aproximación encuentra un sustento importante en los planteamientos teóricos fundamentos estadísticos del DANE (2020) en los ejercicios de proyección.

A5. Función logística

La función logística, conocida también como curva logística en forma de S (curva sigmoidea), es una función matemática que se utiliza en el crecimiento de poblaciones, mejorando el modelo exponencial. Se define mediante la siguiente ecuación:

$$P(t) = \frac{K P_0 e^{rt}}{K + P_0 (e^{rt} - 1)} \quad [8]$$

Donde, P representa el tamaño de la población, r representa la tasa de crecimiento, e es la constante de Euler, t es el tiempo y K el tamaño máximo de la población. Mediante la etapa de crecimiento se genera un modelo exponencial y a medida que comienza la saturación, el crecimiento se convierte en un modelo lineal hasta llegar a un punto donde se detiene.

El modelo exponencial de Thomas Robert Malthus no era muy realista, así que el matemático belga Pierre François Verhulst propuso la función logística donde comenta que la tasa de reproducción es proporcional a la población existente y a la cantidad de recursos disponibles, en igualdad de condiciones. Por ende, esta función permite ser utilizada en modelos de crecimiento demográfico. Sin embargo, se debe tener en cuenta que esta función requiere de dos parámetros iniciales, como lo son la población inicial P_0 y el tamaño máximo de la población K .